

## Математика

### 4 единицы обучения – второй вопросник

#### Указания

- Продолжительность экзамена: 1 час 45 минут.
- Строение вопросника и ключ к оценке:  
В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.  
Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве  
Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное и интегральное исчисление тригонометрических функций, показательных и логарифмических функций, степенных функций  
Вы должны ответить на три вопроса, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела –  $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$  баллов.
- Разрешенный вспомогательный материал:
  - Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
  - Листы с формулами (прилагаются).
  - Двуязычный словарь.
- Особые указания:
  - Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
  - Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.  
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות

- משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה:  
בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.  
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב  
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה  
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק –  $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$  נקודות.
- חומר עזר מותר בשימוש:
  - מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
  - דפי נוסחאות (מצורפים).
  - מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.
- הוראות מיוחדות:
  - אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
  - יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

## Вопросы

Ответьте на три из вопросов 1–5, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос –  $33\frac{1}{3}$  балла).

**Обратите внимание:** если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три из ответов в вашей тетради.

### Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве

#### Последовательности

1. Дана арифметическая прогрессия  $a_n$ , в которой  $n$  членов.

Дано:  $a_1 = -10$ ,  $a_3 = -4$ ,

сумма всех членов прогрессии равна 10353.

(⌘) Найдите  $n$ .

Из прогрессии  $a_n$  удалили каждый третий член (то есть удалили члены  $a_3, a_6, \dots$ ).

(⌘) (1) Сколько членов было удалено из прогрессии  $a_n$ ?

(2) Какова сумма членов, которые были удалены из прогрессии  $a_n$ ?

(3) Какова сумма членов, которые остались в прогрессии  $a_n$  после удаления?

#### Тригонометрия в пространстве

2. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A' B' C' D'$ , основание которого  $ABCD$  – квадрат (смотрите чертеж).

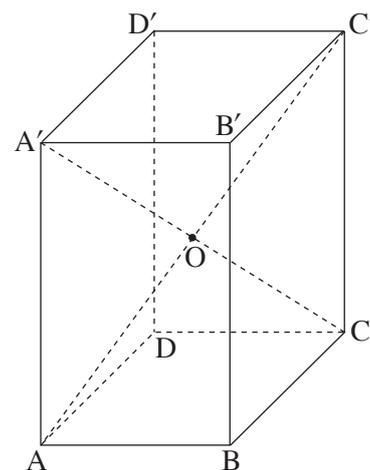
Дано, что диагональ данного параллелепипеда в  $\sqrt{3}$  раза длиннее диагонали его основания.

(⌘) Найдите величину угла между диагональю параллелепипеда и его основанием.

Дано, что площадь прямоугольника  $ACC' A'$  равна  $32\sqrt{2}$ .

(⌘) (1) Найдите длину стороны основания параллелепипеда.

(2) Найдите длину диагонали параллелепипеда.

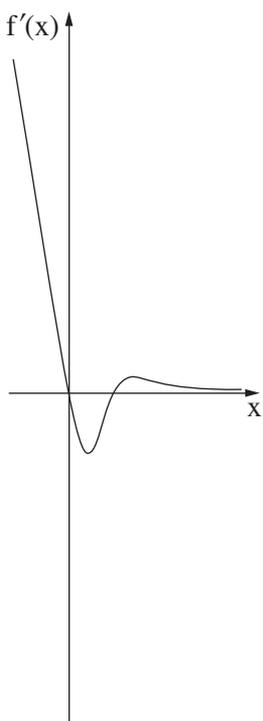


Диагонали параллелепипеда  $A'C$  и  $C'A$  пересекаются в точке  $O$ .

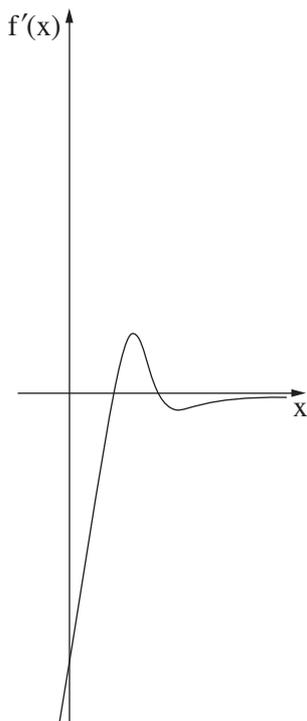
(⌘) Найдите площадь боковой поверхности [лפטר] пирамиды, боковые ребра которой равны между собой [ישר],  $OABCD$ .

**Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное  
и интегральное исчисление тригонометрических функций,  
показательных и логарифмических функции, степенных функций**

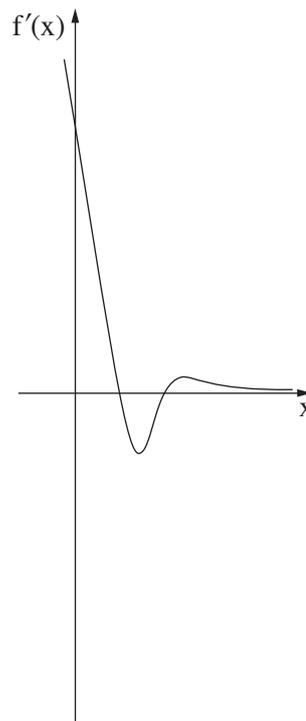
3. Дана функция  $f(x) = 1 + x - \sin(2x)$ , определенная в области  $0 \leq x \leq \pi$ .
- (а) Найдите координаты всех точек экстремума функции  $f(x)$  и определите их тип.
  - (б) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .
  - (в) Найдите уравнение прямой, касательной к графику функции  $f(x)$  в точке, в которой  $x = \frac{\pi}{4}$ .
  - (г) Найдите площадь фигуры, заключенной между графиком функции  $f(x)$ , касательной, уравнение которой вы вычислили в пункте (в), и осью  $y$  (в данной области касательная имеет общую точку с графиком функции только в точке касания).
4. Дана функция  $f(x) = (2x^2 - 11x + 14) \cdot e^{4-x}$ .
- (а) Какова область определения функции  $f(x)$ ?
  - (б) (1) Найдите координаты точек пересечения графика функции  $f(x)$  с осями координат.  
(2) Найдите координаты точек экстремума функции  $f(x)$  и определите их тип.  
(3) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .
  - (в) Один из графиков I–III, приведённых в конце вопроса, описывает производную  $f'(x)$ . Определите, какой из них, и обоснуйте свой ответ.
  - (г) Определите, для каких значений  $x$  выполняется  $f(x) < 0$ , а также  $f'(x) < 0$ . Обоснуйте свой ответ.
  - (д) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком производной  $f'(x)$  и осью  $x$ .



III



II



I

5. Дана функция  $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{4x}$  .

- (а) Найдите область определения функции  $f(x)$  .
- (б) Найдите координаты точки пересечения графика функции  $f(x)$  с осью  $x$  .
- (в) Найдите координаты точек экстремума функции  $f(x)$  и определите их тип .

Дана функция  $g(x) = -f(x)$  .

- (г) Начертите схематический график функции  $f(x)$  и схематический график функции  $g(x)$  в одной системе координат.

Обозначим через  $S$  площадь фигуры, заключенной между графиком функции  $f(x)$ , и прямой, касательной к графику функции  $f(x)$  в точке ее максимума.

- (д) (1) Найдите уравнение прямой, касательной к графику функции  $f(x)$  в точке ее максимума.
- (2) Найдите значение  $c$  , при котором площадь фигуры, заключенной между графиком функции  $g(x)$  и прямой  $y = c$  , равна  $S$  . Обоснуйте свой ответ.

**Желаем успеха!**

Авторские права принадлежат Государству Израиль.  
Копировать или публиковать можно только  
с разрешения Министерства просвещения

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.  
אין להעתיק או לפרסם  
אלא ברשות משרד החינוך